Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1

Schreiben Sie die folgenden Ausdrücke (es gelte die Summationskonvention) für $n = 3$ explizit aus:

a) $V = a_i\, b^i$

b) $a^i_j\, x_i = b_j$

c) $Q = a_{ij} x^i x^j$

Aufgabe 2

a) Sei $a_{ij} = const.$ Berechnen Sie die partielle Ableitung

$$\frac{\partial}{\partial x^k}(a_{ij} x^i x^j) \tag{1}$$

b) Zeigen Sie weiter, daß unter der Annahme $a_{ij} = a_{ji} = const.$ gilt:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^k \partial x^l}(a_{ij} x^i x^j) = 2a_{kl} \tag{2}$$

Aufgabe 3

a) Gegeben sei ein kontravarianter Vektor $T = (T^i)$. Zeigen Sie, dass die partielle Ableitung

$$T^i_j \equiv \frac{\partial T^i}{\partial x^j} \tag{3}$$

sich gemäß der folgenden Regel transformiert:

$$\bar{T}^i_j = T^r_s \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^r} \frac{\partial x^s}{\partial \bar{x}^j} + T^r \frac{\partial^2 \bar{x}^i}{\partial x^r \partial x^s} \frac{\partial x^s}{\partial \bar{x}^j} \tag{4}$$

b) Welche Bedingung muss für die Transformationsgleichungen $\bar{x}^i = \bar{x}^i(x^1, x^2, \ldots, x^n)$ gelten, damit sich die partielle Ableitung wie ein Tensor T^i_j transformiert?