

Aufgabenblatt 8

Aufgabe 1

In der Minkowski-Raumzeit ist die *Vierergeschwindigkeit* u^μ ist definiert als

$$u^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau} \quad (1)$$

mit der Metrik

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \quad (2)$$

(mit $x^0 = ct$, $x^1 = x$, $x^2 = y$ und $x^3 = z$). Für die *Eigenzeit* τ gilt

$$d\tau^2 = dt^2 - \frac{1}{c^2} (dx^2 + dy^2 + dz^2) \quad (3)$$

a) Zeigen Sie:

$$u^\mu = \gamma (c, \vec{v}) \quad (4)$$

mit

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (5)$$

b) Zeigen Sie:

$$u^\mu u_\mu = c^2 \quad (6)$$

Aufgabe 2

Der *Viererimpuls* p^μ ist definiert als

$$p^\mu = m_0 u^\mu \quad (7)$$

a) Zeigen Sie:

$$p^\mu = \left(\frac{E}{c}, \gamma m_0 \vec{v} \right) \quad (8)$$

b) Zeigen Sie die *Energie-Impuls-Beziehung*:

$$E^2 - \vec{p}^2 c^2 = m_0^2 c^4 \quad (9)$$

(Hinweis: Berechnen Sie $p^\mu p_\mu$.)